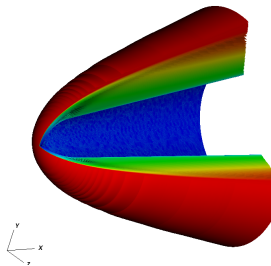


DE LA RECHERCHE À L'INDUSTRIE

cea

# Le modèle de turbulence $k-\omega$ pour des écoulements 3D hypersoniques



IMB | Julien MATHIAUD

Décembre 2013

- 1 Les équations
  - Problématique
  
- 2 Résolution théorique et numérique
  - Résolution théorique
  - Résolution numérique
  
- 3 Validation
  - Sphère cône: méthodologie des calculs
  - Rampe de compression
  - Marche de Dutton
  
- 4 Conclusions et Perspectives

- 1 Les équations
  - Problématique
- 2 Résolution théorique et numérique
  - Résolution théorique
  - Résolution numérique
- 3 Validation
  - Sphère cône: méthodologie des calculs
  - Rampe de compression
  - Marche de Dutton
- 4 Conclusions et Perspectives

## Problème

- Capturer l'écoulement autour d'un objet allant à vitesse hypersonique
- Mesurer l'impact de la turbulence sur les flux à la paroi

## Equations de Navier-Stokes incompressibles

$$\partial_t \mathbf{u} + \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla P = \nabla \cdot (\nu \nabla \mathbf{u}), \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \quad (2)$$

## Décomposition de la vitesse

On décompose  $\mathbf{u}$  sous la forme  $\mathbf{U} + \mathbf{u}'$  où  $\mathbf{U}$  est une vitesse moyenne d'ensemble et  $\mathbf{u}'$  une vitesse à fortes variations spatio-temporelles.

## Nouvelles équations

$$\partial_t \mathbf{U} + \mathbf{U} \cdot \nabla \mathbf{U} + \nabla P = \nu \Delta \mathbf{U} - \nabla \cdot (\mathbf{u}' \otimes \mathbf{u}'), \quad (3)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{U} = 0, \quad (4)$$

$$\partial_t \mathbf{u}' + \mathbf{u}' \cdot \nabla \mathbf{U} + (\mathbf{U} + \mathbf{u}') \cdot \nabla \mathbf{u}' + \nabla p' - \nu \Delta \mathbf{u}' = 0, \quad (5)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{u}' = 0, \quad (6)$$

## Equation sur $k$

On multiplie par  $u'$  l'équation de  $u'$ :

$$\partial_t u'^2 + 2u'^2 \nabla U + (U + u') \nabla u'^2 + u' \cdot \nabla p' - \nu u' \Delta u' = 0,$$

## Moyenne d'ensemble

On utilise le filtre de moyenne sur  $u'$  (variations spatio-temporelles de moyenne nulle):

$$\partial_t \frac{1}{2} u'^2 + (u' \otimes u') : \nabla U + (U + u') \nabla \frac{1}{2} u'^2 + \nabla \cdot (p' u') - \nu u' \Delta u' = 0,$$

## Energie cinétique turbulente

On définit l'énergie cinétique turbulente comme étant celle des petites fluctuations. Elle est donc associée à  $\frac{1}{2} u'^2$  et sera notée  $k$

## Tenseur de Reynolds

$R := -u' \otimes u'$  Le tenseur de Reynolds est défini négatif. On a la relation:

$$k = -\frac{1}{2} \text{trace}(R). \quad (7)$$

## Définition de $\omega$

$\omega$  est défini comme étant la fréquence caractéristique de la turbulence.

## Définition de la viscosité turbulente $\nu_t$

$$\nu_t = \frac{k}{\omega} \quad (8)$$

Elle permet de relier  $U$  au tenseur de Reynolds par (fermeture en premier gradient):

$$R = (\nu + \nu_t) (\nabla U + \nabla U^T) - \frac{2}{3} k \mathbf{I}$$

Equations pour  $U$ ,  $k$  et  $\omega$ 

$$\partial_t U + U \cdot \nabla U + \nabla \left( P + \frac{2}{3} k \right) = \nabla \cdot [(\nu + \nu_t) (\nabla U + \nabla U^T)],$$

$$\nabla \cdot U = 0,$$

$$\partial_t k + U \cdot \nabla k = 2\nu_t (\mathbf{S} : \mathbf{S}) - \beta^* k \omega + \nabla \cdot [(\nu + \sigma^* \nu_t) \nabla k],$$

$$\partial_t \omega + U \cdot \nabla \omega = 2\alpha (\mathbf{S} : \mathbf{S}) - \beta \omega^2 + \nabla \cdot [(\nu + \sigma \nu_t) \nabla \omega],$$

$$\nu_t = \frac{k}{\omega}, \alpha = \frac{13}{25}, \beta = \beta_0 f_\beta, \beta^* = \beta_0^* f_\beta,$$

$$\sigma = \sigma^* = 0.5, \beta_0 = \frac{9}{125}, \beta_0^* = \frac{9}{100},$$

$$f_\beta = \frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega} \quad \text{où} \quad \chi_\omega = \left| \frac{(\Omega \otimes \Omega) : \mathbf{S}}{(\beta_0 \omega)^3} \right|,$$

$$f_\beta^* = \begin{cases} 1 & , \quad \chi_k \leq 0 \\ \frac{1 + 680\chi_k^2}{1 + 400\chi_k} & , \quad \chi_k \geq 0 \end{cases} \quad , \quad \chi_k = \frac{1}{\omega^3} \nabla k \nabla \omega.$$



## Moyenne de Favre

On dissocie de nouveau les grandeurs physiques en une grandeur moyenne et une grandeur à fortes variations spatio-temporelles. Cependant on pondère par la masse. Si on définit la densité moyenne  $\tilde{\rho}$  et la quantité de mouvement moyenne  $\tilde{\rho u}$ , la vitesse moyenne est alors définie par:

$$\tilde{u} = \frac{\tilde{\rho u}}{\tilde{\rho}}.$$

## Equations compressibles

Les équations compressibles sont construites par analogie avec celles du compressible.

$$\partial_t(\rho) + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U}) = 0,$$

$$\partial_t(\rho \mathbf{U}) + \nabla (\rho \mathbf{U} \otimes \mathbf{U}) + \nabla \left( P + \frac{2}{3} \rho k \right)$$

$$= \nabla \cdot \left[ \rho (\nu + \nu_t) \left( \nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{U}) \mathbf{I} \right) \right],$$

$$\partial_t(\rho \mathbf{E}) + \nabla \cdot \left( \left( \rho \mathbf{E} + P + \frac{2}{3} \rho k \right) \mathbf{U} \right) - \nabla \cdot \left( \left( \lambda + \frac{\rho \nu_t C_p}{Pr_t} \right) \nabla T \right)$$

$$= \nabla \cdot \left[ \rho (\nu + \nu_t) \left( \nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{U}) \mathbf{I} \right) \mathbf{U} \right] + \nabla \cdot [\rho (\nu + \sigma^* \nu_t) \nabla k],$$

$$\partial_t(\rho k) + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{U}) = -f_{c\rho} R : \nabla \mathbf{U} - \beta_{new}^* \rho k \omega + \nabla \cdot [\rho (\nu + \sigma^* \nu_t) \nabla k],$$

$$\partial_t(\rho \omega) + \nabla \cdot (\rho \omega \mathbf{U}) = -\alpha f_{c\rho} R : \nabla \mathbf{U} - \beta_{new} \rho \omega^2 + \nabla \cdot [\rho (\nu + \sigma \nu_t) \nabla \omega],$$

$$\nu_t = \alpha^* \frac{k}{\omega}, \nu = \frac{\mu}{\rho},$$

$$\mathbf{S} = \frac{\nabla \mathbf{U} + \nabla \mathbf{U}^T}{2}, \Omega = \frac{\nabla \mathbf{U} - \nabla \mathbf{U}^T}{2}, R = \nu_t \left( 2\mathbf{S} - \frac{2}{3} (\nabla \cdot \mathbf{U}) \mathbf{I} \right) - \frac{2}{3} k \mathbf{I},$$

$$f_c = 1.7, Re_t = \frac{k}{\nu\omega}, \sigma = \sigma^* = 0.5, \beta_0 = \frac{9}{125}, \beta_0^* = \frac{9}{100}, \alpha_0^* = \frac{1}{3}\beta_0, \alpha_0 = \frac{1}{9},$$

$$\alpha^* = \frac{\alpha_0^* + Re_t/R_k}{1 + Re_t/R_k}, \alpha = \frac{13}{25} \frac{\alpha_0 + (Re_t/R_\omega)}{1 + (Re_t/R_\omega)} (\alpha^*)^{-1},$$

$$\beta = \beta_0 \frac{4/15 + (Re_t/R_\beta)^4}{1 + (Re_t/R_\beta)^4} f_\beta, \beta^* = \beta_0^* f_\beta,$$

$$\beta_{new}^* = \beta^* - 1.5 \max(Ma_t^2 - Ma_{t_0}^2, 0) \beta \quad \text{où} \quad Ma_{t_0} = 0.5$$

$$\beta_{new} = \beta(1 + 1.5 \max(Ma_t^2 - Ma_{t_0}^2, 0))$$

$$R_\beta = 8, R_k = 6, R_\omega = 6$$

$$f_\beta = \frac{1 + 70\chi_\omega}{1 + 80\chi_\omega} \quad \text{où} \quad \chi_\omega = \left| \frac{(\Omega \otimes \Omega) : S}{(\beta_0\omega)^3} \right|,$$

$$f_\beta^* = \begin{cases} 1 & , \quad \chi_k \leq 0 \\ \frac{1 + 680\chi_k^2}{1 + 400\chi_k} & , \quad \chi_k \geq 0 \end{cases}, \quad \chi_k = \frac{1}{\omega^3} \nabla k \nabla \omega,$$

$$Pr_t = 0.7.$$

## Réalisabilité

De part sa signification physique le tenseur de Reynolds est défini négatif i.e.  $R \vec{n} \cdot \vec{n} \leq 0, \forall \vec{n} \in \mathbb{R}^3$ : on diminue la viscosité turbulente dans la définition du tenseur de Reynolds si nécessaire pour que la contrainte soit réalisée (notamment pour les chocs forts).

## Corrections du modèle lié à la compressibilité

Le modèle compressible contient un nombre de Mach turbulent seuil  $Ma_{t_0}$  à partir duquel la production d'énergie turbulente est limitée et celle de  $\omega$  augmentée.

- 1 Les équations
  - Problématique
  
- 2 Résolution théorique et numérique
  - Résolution théorique
  - Résolution numérique
  
- 3 Validation
  - Sphère cône: méthodologie des calculs
  - Rampe de compression
  - Marche de Dutton
  
- 4 Conclusions et Perspectives

## Equations dans la couche limite

$$\begin{aligned}\partial_t(\rho k) + \nabla \cdot (\rho k U) &= \rho R : \nabla U - \beta^* \rho k \omega + \nabla \cdot [\rho (\nu + \sigma^* \nu_t) \nabla k], \\ \partial_t(\rho \omega) + \nabla \cdot (\rho \omega U) &= \alpha \rho R : \nabla U - \beta \rho \omega^2 + \nabla \cdot [\rho (\nu + \sigma \nu_t) \nabla \omega].\end{aligned}$$

On cherche  $k$  sous la forme  $C_k y^n$  et  $\omega$  sous la forme  $\frac{C_\omega}{y^n}$  de sorte que la dissipation  $\epsilon = k\omega$  tende vers une valeur finie à la paroi ( $y$ : distance à la paroi).

La viscosité  $\nu_t$  est proportionnelle à  $y^{2n}$ . On obtient alors ( $\rho$  et  $\nu$  ont une valeur finie à la paroi et  $U$  est nulle):

$$0 = -\beta^* C_\omega C_k + \nu(n(n-1))C_k y^{n-2}, \quad (9)$$

$$0 = -\beta C_\omega^2 y^{-2n} + \nu(n(n+1))C_\omega y^{-n-2}. \quad (10)$$

L'équation (9) fournit nécessairement  $n = 2$  et aussi  $\beta^* C_\omega = 2\nu$ .

La relation (10) est vérifiée si  $-2n = n - 2$  ceci impliquant aussi  $n = 2$  et  $\beta C_\omega = 6\nu$ .

## Modèle étudié

$$\partial_t U + U \cdot \nabla U + \nabla \left( P + \frac{2}{3} k \right) = \nabla \cdot \left[ (\nu + \nu_t) (\nabla U + \nabla U^T) \right],$$

$$\nabla \cdot U = 0,$$

$$\partial_t k + U \cdot \nabla k = 2\nu_t (\mathbf{S} : \mathbf{S}) - \beta^* k \omega + \nabla \cdot [(\nu + \sigma^* \nu_t) \nabla k],$$

$$\partial_t \omega + U \cdot \nabla \omega = 2\alpha (\mathbf{S} : \mathbf{S}) - \beta \omega^2 + \nabla \cdot [(\nu + \sigma \nu_t) \nabla \omega],$$

$$\nu_t = \frac{k}{\omega}, \alpha = \frac{13}{25}, \sigma = \sigma^* = 0.5, \beta = \frac{9}{125}, \beta^* = \frac{9}{100}.$$

## Conditions aux limites

On va travailler sur un ouvert  $\Omega$  borné. On suppose que  $k$  est nul à la paroi et  $\omega$  tend vers une limite finie à la paroi (condition de paroi rugueuse).

On recherche des solutions 3D locales en temps régulières du modèle  $k - \omega$  (espaces Sobolev) sur un ouvert régulier  $\Omega$

### Cadre de l'étude

- on suppose que  $U \in H_0^s$  avec  $s > 4 + 3/2$  sur un intervalle  $[0, T]$ .
- on suppose que  $k \in H_0^s$  avec  $s > 4 + 3/2$  sur un intervalle  $[0, T]$ .
- on suppose que  $\omega - \omega_0 \in H_0^s$  avec  $s > 4 + 3/2$  sur un intervalle  $[0, T]$  où  $\omega_0$  est constant (condition limite de paroi rugueuse).
- on suppose qu'il existe des constantes  $K$  et  $W$  telles que  $\forall x \in \bar{\Omega}$ ,  
 $k(0, x) \geq K$  et  $\omega(0, x) \geq W$



## Principe du maximum

On note  $\omega_{min}(t)$  le minimum de  $\omega$  au temps  $t$  sur  $\bar{\Omega}$ ,  $k_{min}(t)$  le minimum de  $k$ ,  $\omega_{max}(t)$  le maximum de  $\omega$  et  $k_{max}(t)$  le maximum de  $k$ . On a les relations suivantes sur les minima:

$$\frac{d}{dt}\omega_{min}(t) \geq -\beta\omega_{min}(t)^2$$

$$\frac{d}{dt}k_{min}(t) \geq -\beta\omega_{max}(t)k_{min}(t)$$

Il existe une constante  $C$  dépendant de l'indice  $s$  de l'espace de Sobolev utilisé tel que pour les maxima on ait:

$$\frac{d}{dt}\omega_{max}(t) \leq -\beta\omega_{max}(t)^2 + C\|U\|_{H^s}^2$$

$$\frac{d}{dt}k_{max}(t) \leq -\beta\omega_{max}(t)k_{min}(t) + C\|U\|_{H^s}^2 \frac{k_{max}(t)}{\omega_{min}(t)}$$

## Estimations a priori

Il existe un entier  $n$  dépendant de  $s$  tel que

$$\frac{d}{dt} (\|U\|_{H^s}^2 + \|k\|_{H^s}^2 + \|\omega - \omega_0\|_{H^s}^2) \leq (\|U\|_{H^s}^2 + \|k\|_{H^s}^2 + \|\omega - \omega_0\|_{H^s}^2)^{n(s)}$$

Le système complet d'équations peut se mettre sous la forme générale (en 1D par exemple):

$$\partial_t V + \partial_x F(V) + \partial_{xx}^2 G(V) = S(V) \quad (11)$$

où  $V$  est le vecteur  $V = \begin{pmatrix} \rho \\ \rho U \\ \rho E \\ \rho k \\ \rho \omega \end{pmatrix}$ ,  $F(V)$  représente les flux associés au

vecteur  $V$ ,  $G(V)$  la matrice de diffusion associée au système et  $S(V)$  le terme source.

$$\frac{V^{n+1} - V^n}{dt} + \partial_x F(V^{n+1}) + \partial_{xx}^2 G(V^{n+1}) = S(V^{n+1}) \quad (12)$$

où  $V^{n+1}$  (resp.  $V^n$ ) est la solution au temps  $t_{n+1}$  (resp.  $t_n$ ).

Nous rappelons que l'équation de l'énergie cinétique turbulente  $k$  est la suivante:

$$\partial_t(\rho k) + \nabla \cdot (\rho k \mathbf{U}) = -f_c \rho \mathbf{R} : \nabla \mathbf{U} - \beta_{new}^* \rho k \omega + \nabla \cdot [\rho (\nu + \sigma^* \nu_t) \nabla k]$$

Si on note

$$\Delta \rho k = \rho^{n+1} k^{n+1} - \rho^n k^n, \quad (13)$$

$$\Delta \rho \omega = \rho^{n+1} \omega^{n+1} - \rho^n \omega^n, \quad (14)$$

$$\Delta \rho = \rho^{n+1} - \rho^n, \quad (15)$$

$$\Delta \rho \mathbf{U} = \rho^{n+1} \mathbf{U}^{n+1} - \rho^n \mathbf{U}^n. \quad (16)$$

L'équation de  $k$  est discrétisée sous la forme:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Delta \rho k}{dt} + \nabla \cdot (U^n \rho^n k^n) + \nabla \cdot (U^n \Delta \rho k) + \nabla \cdot (k^n \Delta \rho U) + \nabla \cdot \left( -\frac{U^n k^n}{(\rho^n)^2} \Delta \rho \right) \\
 = & (-f_c \rho R : \nabla U)^n - (\beta_{new}^*)^n \rho^n k^n \omega^n - (\beta_{new}^*)^n \omega^n \Delta \rho k - (\beta_{new}^*)^n k^n \Delta \rho \omega \\
 + & \nabla \cdot [(\rho(\nu + \sigma^* \nu_t))^n \nabla k^n] + \nabla \cdot [(\nu + \sigma^* \nu_t)^n \nabla(\Delta \rho k)] \\
 - & \nabla \cdot [((\nu + \sigma^* \nu_t)^n k^n) \nabla(\Delta \rho)]
 \end{aligned}$$

L'équation en  $\omega$  est la suivante:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Delta \rho \omega}{dt} + \nabla \cdot (U^n \rho^n \omega^n) + \nabla \cdot (U^n \Delta \rho \omega) + \nabla \cdot (\omega^n \Delta \rho U) + \nabla \cdot \left( -\frac{U^n \omega^n}{(\rho^n)^2} \Delta \rho \right) \\
 = & (-\alpha f_c \rho R : \nabla U)^n - (\beta_{new}^*)^n \rho^n \omega^n \omega^n - (\beta_{new}^*)^n \omega^n \Delta \omega - (\beta_{new}^*)^n \omega^n \Delta \omega \\
 + & \nabla \cdot [(\rho(\nu + \sigma^* \nu_t))^n \nabla \omega^n] + \nabla \cdot [(\nu + \sigma^* \nu_t)^n \nabla(\Delta \rho \omega)] \\
 - & \nabla \cdot [((\nu + \sigma^* \nu_t)^n \omega^n) \nabla(\Delta \rho)]
 \end{aligned}$$

On simplifie les équations pour rechercher les états stationnaires:

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Delta \rho k}{dt} + \nabla \cdot (U^n \rho^n k^n) + \nabla \cdot (U^n \Delta \rho k) + \nabla \cdot (k^n \Delta \rho U) + \nabla \cdot \left( -\frac{U^n k^n}{(\rho^n)^2} \Delta \rho \right) \\
 = & (-f_c \rho R : \nabla U)^n - (\beta_{new}^*)^n \rho^n k^n \omega^n - (\beta_{new}^*)^n \omega^n \Delta \rho k - (\beta_{new}^*)^n k^n \Delta \rho \omega \\
 + & \nabla \cdot [(\rho(\nu + \sigma^* \nu_t))^n \nabla k^n] + \nabla \cdot [(\nu + \sigma^* \nu_t)^n \nabla(\Delta \rho k)]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \frac{\Delta \rho \omega}{dt} + \nabla \cdot (U^n \rho^n \omega^n) + \nabla \cdot (U^n \Delta \rho \omega) + \nabla \cdot (\omega^n \Delta \rho U) + \nabla \cdot \left( -\frac{U^n \omega^n}{(\rho^n)^2} \Delta \rho \right) \\
 = & (-\alpha f_c \rho R : \nabla U)^n - (\beta_{new})^n \rho^n \omega^n \omega^n - (\beta_{new})^n \omega^n \Delta \rho \omega - (\beta_{new})^n \omega^n \Delta \rho \omega \\
 + & \nabla \cdot [(\rho(\nu + \sigma^* \nu_t))^n \nabla \omega^n] + \nabla \cdot [(\nu + \sigma^* \nu_t)^n \nabla(\Delta \rho \omega)]
 \end{aligned}$$

- 1 Les équations
  - Problématique
- 2 Résolution théorique et numérique
  - Résolution théorique
  - Résolution numérique
- 3 Validation
  - Sphère cône: méthodologie des calculs
  - Rampe de compression
  - Marche de Dutton
- 4 Conclusions et Perspectives

Les objectifs de la validation numérique sont les suivants:

- Montrer que l'on est capable de restituer les flux.
- Optimiser les performances de la convergence numérique.
- Montrer que les résultats 2D/3D sont similaires.
- Démontrer que les calculs sur plusieurs dizaines de millions de mailles sont faisables sur plusieurs milliers de processeurs.



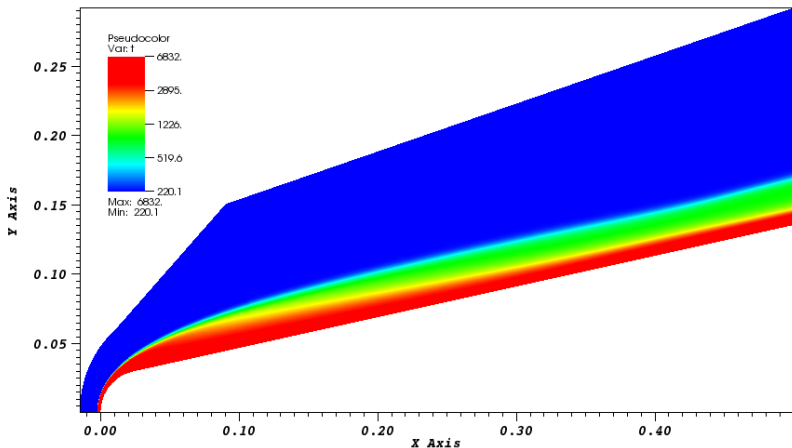
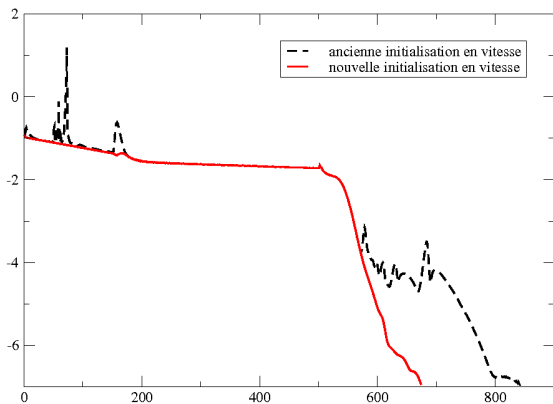


Figure: Ecoulement à Mach 8 autour d'un sphère-cône

Dans la première version du code, la vitesse initiale était mise à la valeur de la valeur amont de l'écoulement dans tout le fluide. Dorénavant on établit un profil linéaire entre la valeur amont et la valeur nulle à la paroi.



Dans l'ancienne version du code on augmente la c.f.l. de 1 en 1 à partir de la 150ème itération. On s'autorise maintenant à effectuer des montées en c.f.l. plus fortes

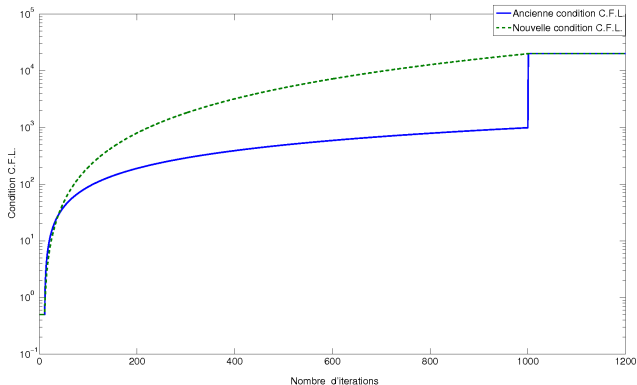


Figure: Montée en c.f.l. .

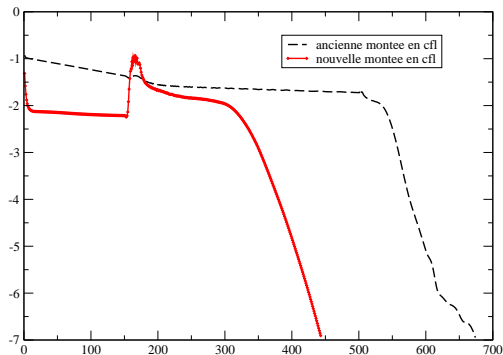


Figure: Influence de la montée en C.F.L. sur le nombre d'itérations.

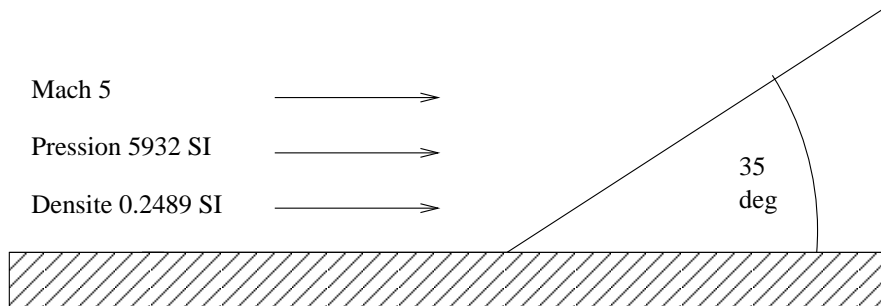


Figure: Rampe de compression.

Dans la suite, on s'attache à capturer les profils de deux grandeurs essentielles pour l'aérodynamique:

- le coefficient pariétal  $C_p$  défini par:

$$C_p = \frac{P - P_\infty}{\frac{1}{2} \rho_\infty V_\infty^2},$$

qui permet de restituer le profil de pression à la paroi pour les coefficients aérodynamiques.

- le nombre de Stanton défini par:

$$St = \frac{\lambda \nabla T \cdot \vec{n}}{\rho_\infty V_\infty C \left( T_\infty \left( 1 + \frac{\gamma-1}{2} M_\infty^2 \right) - T_p \right)},$$

qui permet de restituer le profil des flux thermiques à la paroi pour connaître les sollicitations thermiques.

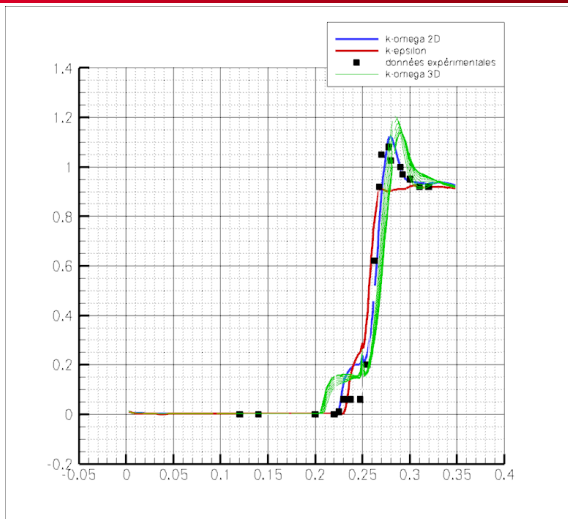


Figure:  $C_p$  à la paroi.

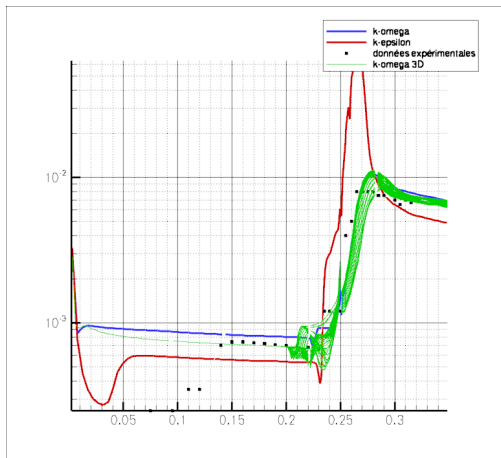
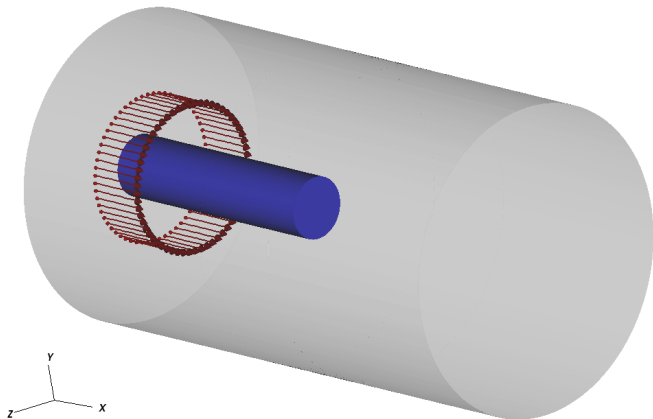


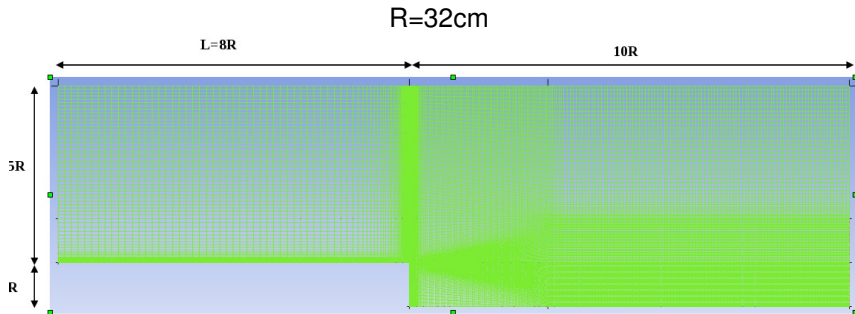
Figure: Nombre de Stanton à la paroi.



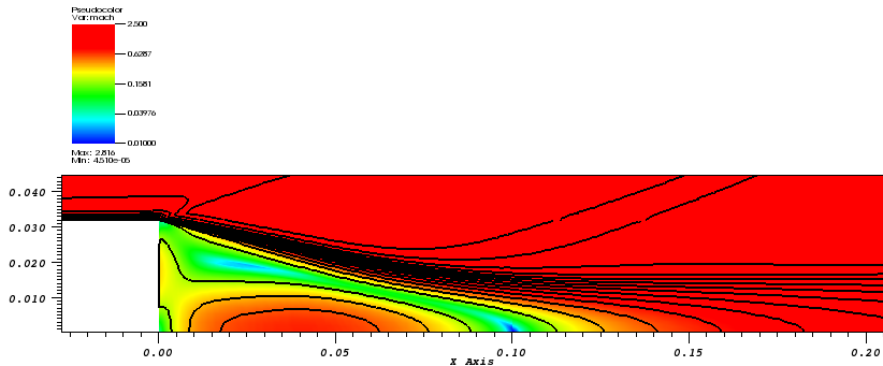


Mach = 2.46, Pressure = 32078.5, Density = 0.84302, Velocity = 567.8

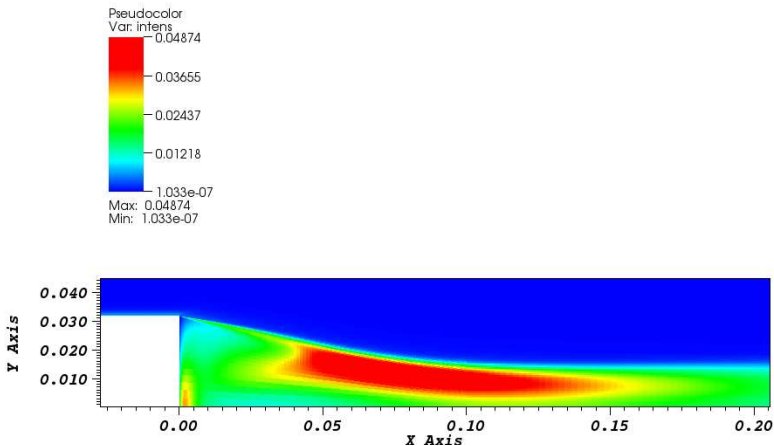
L'objectif est de capturer avec précision la zone de recirculation à l'arrière du cylindre. Les calculs sont menés en 2D-axi et 3D (sur plusieurs dizaines de millions de maille en quelques heures sur 1000 processeurs).



Maillage ICEM / 47888 noeuds

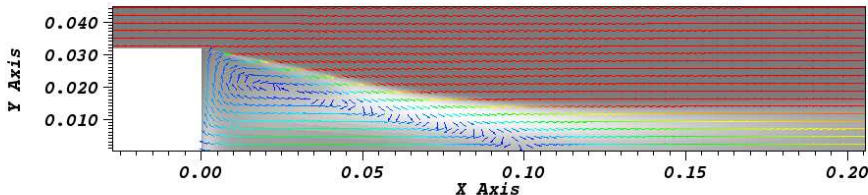
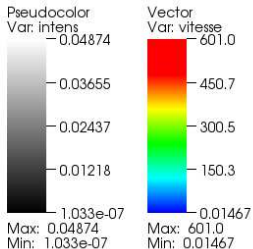


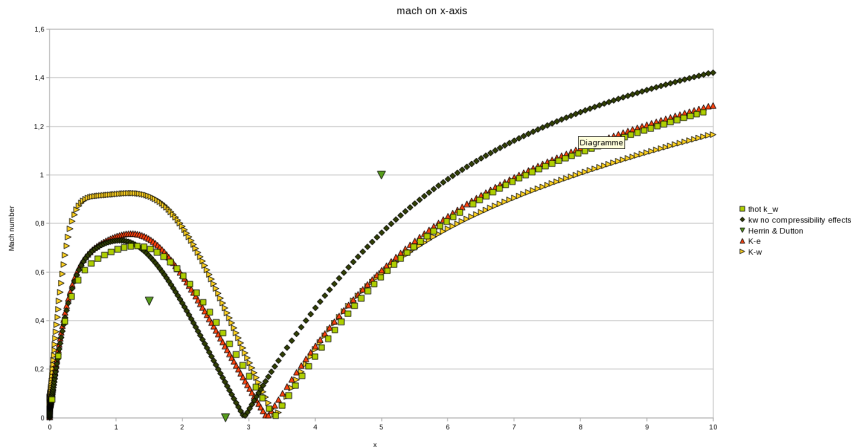
Evolution du nombre de Mach jusqu'à la stationnarisation.



Rapport  $\frac{k}{\frac{1}{2}U^2}$  entre énergie turbulente et énergie cinétique mesuré au plus à 0.044 par Dutton.

# Champ de vitesse: capture de la zone de recirculation





**Figure:** Nombre de Mach: comparaison avec code CEA ( $k - \omega$ : modèle  $k - \omega$  dans le code CEA, kw no compressibility effects: modèle  $k - \omega$  dans Fluent sans correction de compressibilité, Herrin & Dutton: résultat expérimental, K-e: modèle  $k - \epsilon$  dans Fluent, K-w: modèle  $k - \omega$  dans Fluent).

coefficient de pression au culot - différents modèles de turbulence

Fluent | 2D | axisymétrique || M\_inf = 2,46 ; P\_t\_inf = 515kPa ; T\_t\_inf = 293K

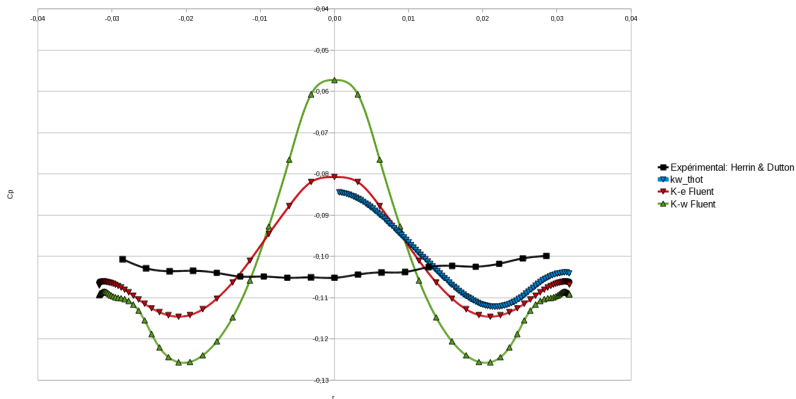


Figure:  $C_p$  sur l'arrière du cylindre.

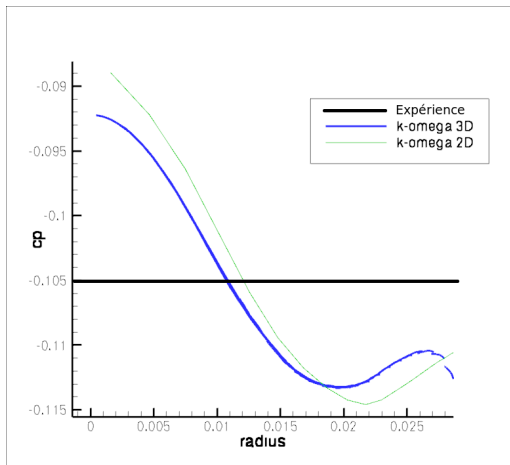


Figure:  $C_p$  sur l'arrière du cylindre



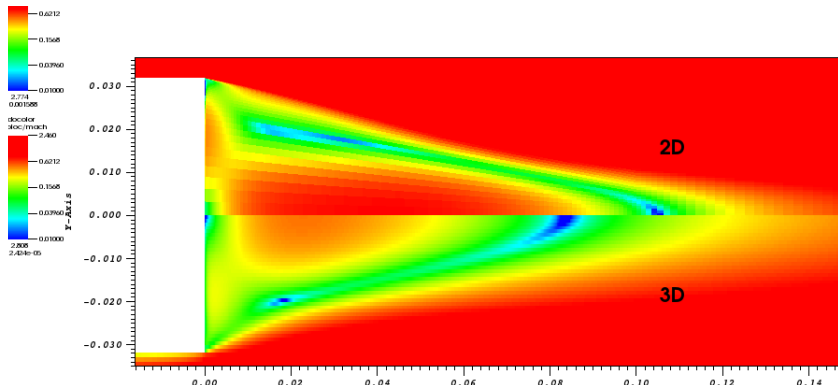


Figure: Point de ré-attachement.

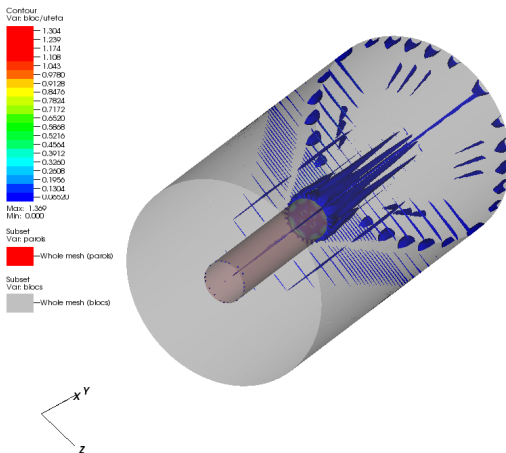


Figure: Composante orthoradiale de vitesse non nulle.

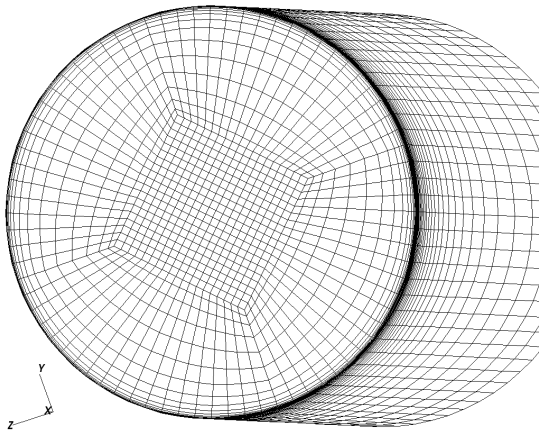


Figure: Maillage sur l'arrière du cylindre.

Si l'on met des conditions de paroi rugueuse ( $\omega$  fini à la paroi avec une longueur de rugosité de  $100\mu m$ ).

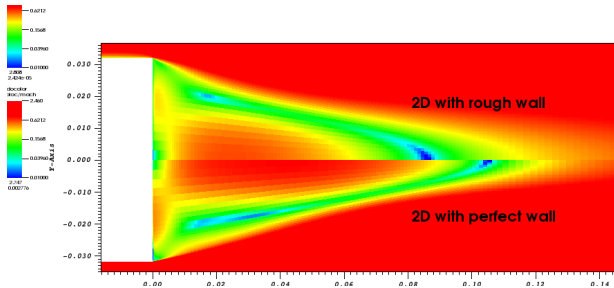


Figure: Point de réattachement.

- 1 Les équations
  - Problématique
- 2 Résolution théorique et numérique
  - Résolution théorique
  - Résolution numérique
- 3 Validation
  - Sphère cône: méthodologie des calculs
  - Rampe de compression
  - Marche de Dutton
- 4 Conclusions et Perspectives

Le modèle  $k - \omega$  permet de restituer avec précision les écoulements turbulents. De par sa robustesse il est idéal pour des calculs industriels.

Les légères modifications apportées au modèle original de Wilcox (condition de réalisabilité notamment) semblent améliorer les résultats.

Les propriétés mathématiques du modèle sont satisfaisantes dans le sens où le problème incompressible est bien posé.

Les calculs sont massivement parallèles avec une possibilité de monter à la centaine de millions de maille sur 1000 processeurs de TERA100.

L'objectif suivant est le passage aux écoulements instationnaires et à la compréhension de la transition laminaire/turbulent lors de la rentrée d'un véhicule dans l'atmosphère.

```

|=====|
| Aerodynamic conditions |
|=====|
Initial wind tunnel conditions:

```

```

-----|
Mach number      Mach = 2.46
Stag. pressure   p1 = 515000.00 Pa
Stag. temperature T1 = 293.00 K

```

```

-----|
Reference length and area:
Reference length Lref = 0.25400 m
Reference surface Sref = 0.00317 m²

```

```

-----|
Gas model (perfect gas):
-----|
Spec. heat ratio Gamma = 1.400
Ideal gas constant Rgas = 287.053 J/kg.K
Specific heat (cat V) Cv = 717.633 J/kg.K
Specific heat (cat p) Cp = 1004.686 J/kg.K

Ideal gas cat / mole Rgas = 8.31432 J/(mole.K)
Molecular weight Mair = 0.02896 kg/mole

```

```

-----|
Wind tunnel conditions:
-----|
Temperature T = 132.56 K
Pressure p = 32078.50 Pa
Density rho = 0.84302 kg/m**3

```

```

-----|
Velocity and sound speed:
-----|
Velocity magnitude V = 567.79 m/s
V = 2044.04 km/h
Sound speed a = 230.81 m/s
a = 830.91 km/h

```

```

-----|
Viscosity model (sutherland law):
-----|
Suth. constant Ts = 110.40 K
Ref. temperature Tref = 273.16 K
Ref. viscosity MuRef = 0.172E-04 kg/(m.s)

Molecular viscosity Mu = 0.916E-05 kg/(m.s)
Kinematic viscosity Nu = 0.109E-04 m²/s

```

```

-----|
Reynolds number:
-----|
Reynolds number / m Re/m = 52.27 x 10+6
Reynolds number / Lref Re/L = 13.28 x 10+6

```

```

-----|
Velocity and sound speed:
-----|
Velocity magnitude V = 567.79 m/s
V = 2044.04 km/h
Sound speed a = 230.81 m/s
a = 830.91 km/h

```

```

-----|
Viscosity model (sutherland law):
-----|
Suth. constant Ts = 110.40 K
Ref. temperature Tref = 273.16 K
Ref. viscosity MuRef = 0.172E-04 kg/(m.s)

Molecular viscosity Mu = 0.916E-05 kg/(m.s)
Kinematic viscosity Nu = 0.109E-04 m²/s

```

```

-----|
Reynolds number:
-----|
Reynolds number / m Re/m = 52.27 x 10+6
Reynolds number / Lref Re/L = 13.28 x 10+6

```

## Données fournies par Dutton